

DOUĂ GREȘELI PERSISTENTE ÎN APLICAREA LEGII CONSERVĂRII IMPULSULUI

Drd Silvia Andronic*, Prof. univ.dr. Mircea Colpajiu**

*Universitatea Tehnică a Moldovei

**Liceul Academiei de Științe a Moldovei

Errare humanum est, perseverare diabolicum.

Mai mulți ani în urmă am analizat câteva cazuri de aplicare incorectă a legii conservării impulsului. Faptul că unii autori (nu numai din R. Moldova) continuă să comită două greșeli principale la aplicarea acestei legi ne face să revenim la această problemă.

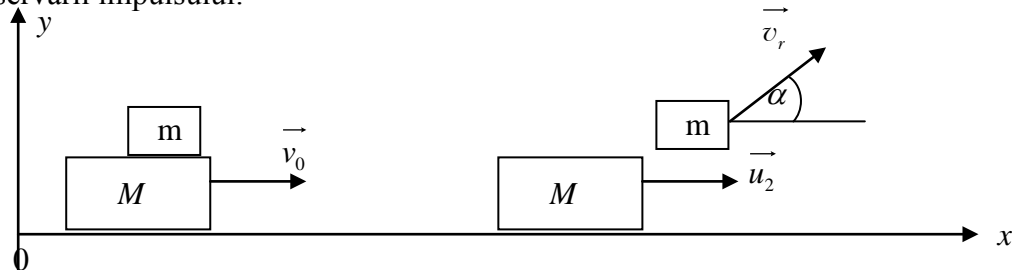
Pentru exemplificare vom examina următoarea problemă:

Problema 4.45. Pe o platformă de cale ferată se află un tun cu țeava orientată sub unghiul de 60° față de orizont. Platforma are masa de 10 t și se mișcă orizontal cu viteza de 36 km/h. Care va fi viteza platformei după lansarea a două obuze a câte 30 kg fiecare cu viteza de 600 m/s față de tun în sensul mișcării platformei. (Culegere de probleme pentru clasele 10-12, ediția 2008 sau 2012).

Deși autorii au ținut cont de faptul că în ecuația care exprimă legea conservării impulsului vitezele tuturor corpurilor trebuie să fie luate în raport cu unul și același referențial, ei au comis două erori.

Vom prezenta mai întâi rezolvarea care conduce la rezultatul propus de către autori.

Aplicăm legea conservării impulsului:



$$(M + m)\vec{v}_0 = M\vec{u}_2 + m(\vec{v}_0 + \vec{v}_r), \quad (1)$$

unde M este masa platformei, m – masa obuzelor, v_0 - viteza platformei înainte de lansarea obuzelor, u_2 – viteza platformei după lansarea obuzelor, v_r – viteza relativă a obuzelor

După proiectarea ecuației (1) pe axa Ox, determinăm proiecția vitezei \vec{u}_2 pe această axă:

$$u_{2x} = \frac{Mv_0 - mv_r \cos \alpha}{M} = 5,2 \text{ m/s} \quad (2)$$

Acesta este rezultatul obținut de autori. Asemenea rezolvări greșite pot fi găsite și în alte manuale și culegeri de probleme (М.И. Балашов. Физика. Просвещение, 1993; Г.А. Бендриков и др. Задачи по физике, Наука, Москва, 1977).

Prima eroare constă în faptul că nu a fost determinată corect viteza finală (la ieșirea din țeavă) a obuzelor. În momentul când obuzul părăsește țeavă, platforma nu mai are viteza \vec{v}_0 . Viteza ei este \vec{u}_2 , deoarece interacțiunea dintre obuz și tun a schimbat viteza platformei de

la \vec{v}_0 la \vec{u}_2 . Dacă presupunem (ca și autorii) că obuzele au fost lansate simultan ca un corp de masă $m = 2\mu$, ecuația ce exprimă legea conservării impulsului ar trebui să aibă următoarea formă:

$$(M + m)\vec{v}_0 = M\vec{u}_2 + m(\vec{u}_2 + \vec{v}_r) \quad (3)$$

de unde rezultă

$$u_{2x} = v_0 - \frac{mv_r \cos \alpha}{M + m} = 5,276m/s \quad (4)$$

Pentru alte valori ale maselor M și m diferența poate fi și de sute de procente. Dacă $M = m$, $v_r = 16 m/s$ (se aruncă un obiect din barcă) și raportul dintre rezultate este egal cu 3.

Pentru a fi mai convingători, vom demonstra că soluția (2), deci și ecuația (1) sunt greșite. Pentru simplitate să considerăm un caz particular, $\alpha = 0$, $v_0 = 0$, adică dintr-o rachetă cu masa M aflată în repaus este expulzată simultan masa m cu viteza relativă v_r (în raport cu racheta).

Din ecuația (2), pentru viteza finală a rachetei se obține:

$$u_{2x} = -\frac{m}{M}v_r \quad (5)$$

sau

$$u_2 = \frac{m}{M}v_r \quad (6)$$

Dacă $m = M$ rezultă $u_2 = v_r$, un rezultat evident greșit. Vom demonstra acest lucru prin următoarele raționamente.

Aplicăm legea conservării impulsului.

$$(M + m) \cdot 0 = M\vec{u}_2 + m\vec{u}_1 \quad (7)$$

Pe de altă parte, $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_r$

Proiectând această ecuație pe axa Ox, obținem:

$$u_1 = -u_2 + v_r, \text{ adică } u_1 = u_2 = \frac{v_r}{2} \quad (8)$$

Același rezultat (corect) rezultă și din formula (4), dacă substituim $\alpha = 0$, $v_0 = 0$:

$$u_2 = \frac{m}{M + m}v_r \quad (9)$$

Spre deosebire de (6), din (9) putem trage concluzia corectă. Independent de valoarea masei m (chiar și în cazul $m \gg M$) viteza finală a rachetei nu poate fi mai mare decât v_r dacă masa m este expulzată simultan.

În dependență de raportul $\frac{m}{M}$, rezultatul greșit (2) poate să difere cu mult de cel corect (4).

Cea de a doua eroare comisă de mulți autori constă în faptul că se consideră ca fiind echivalente două fenomene: lansarea a două mase μ una după alta și lansarea simultană a lor, adică a unei mase $m = 2\mu$. Chiar dacă presupunem că împușcăturile urmează imediat una după alta rezultatele nu vor fi aceleași.

Deși corect în raport cu viteza finală a obuzului ($\vec{u}_2 + \vec{v}_r$), rezultatul (4) este și el incorect deoarece am presupus că obuzele au fost lansate simultan, ca și cum am avea un singur obuz cu masa $m = 2\mu$.

44 Învățământul de fizică

Vom prezenta acum rezolvarea corectă a problemei. La lansarea primului obuz, legea conservării impulsului se exprimă prin ecuația:

$$(M + 2\mu)\vec{v}_0 = (M + \mu)\vec{u}_{20} + \mu(\vec{u}_{20} + \vec{v}_r) \quad (10)$$

După proiectarea ecuației pe axa orizontală Ox, obținem:

$$u_{20} = v_0 - \frac{\mu v_r \cos \alpha}{M + 2\mu} \quad (11)$$

La lansarea obuzului al doilea ecuația respectivă are forma:

$$(M + \mu)\vec{u}_{20} = M\vec{u}_2 + \mu(\vec{u}_2 + \vec{v}_r) \quad (12)$$

Proiectând această ecuație pe axa Ox și luând în considerație formula (11), obținem:

$$u_2 = v_0 - \mu v_r \cos \alpha \left(\frac{1}{M + 2\mu} + \frac{1}{M + \mu} \right) = 5.257 \quad (13)$$

Menționăm încă o dată că în alte probleme cu masele M și m comparabile rezultatele numerice diferă considerabil.

Evident, formula (5) poate deveni corectă dacă în loc de v_r vom pune viteza absolută

u_1 :

$$u_{2x} = -\frac{m}{M}u_1$$

sau

$$u_2 = \frac{m}{M}u_1 \quad (14)$$

Erorile menționate mai sus provin din manualul И.К. Кикоин, А.К. Кикоин. Физика, класа a 8-a, și mulți autori care au studiat fizica folosind acest manual le repetă:

„Pentru ca viteza învelișului (rachetei) să fie în valoare absolută de 4 ori mai mare decât viteza gazului expulzat, este necesar ca masa combustibilului să fie de același număr de ori mai mare decât masa învelișului”.

Această concluzie, chipurile, rezultă din formula (14). O concluzie absolut eronată. În această formulă viteza u_1 este și ea funcție de raportul $\frac{m}{M}$, adică formula (14) are forma:

$$u_2 = \frac{m}{M}u_1 \left(\frac{m}{M} \right) \quad (15)$$

Viteza absolută u_1 depinde de viteza de transport și de viteza relativă v_r :

$$u_1 = v_r - u_2 \quad (16)$$

Substituind (16) în (15), obținem formula (9).

Formula (14) îi conduce pe mulți elevi (chiar și pe profesori) la concluzii greșite.

Chipurile, dacă vom lua $\frac{m}{M} = 100$ învelișul poate obține viteze foarte mari.

Să ne imaginăm că $\frac{m}{M} \rightarrow \infty$. Din considerente foarte simple rezultă că masa m va rămâne pe loc, iar masa M (racheta) va obține viteza $u_2 = v_r$. Același rezultat se obține din formula corectă (9).

Cu formula (14) interpretată greșit de unii autori este imposibil să rezolvi problemele propuse chiar în manualele respective.

Să luăm, spre exemplu, **problema 9** de la pagina 101 din **Manualul de fizică pentru clasa a 10-a, Știința 2012**.

Masa unei rachete și a combustibilului ei este $m = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Determinați masa totală a combustibilului și a oxidantului ce trebuie consumat pentru a imprima rachetei prima viteză cosmică $v = 7.9 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, dacă se știe că produsele arderii sunt expulzate din rachetă cu viteza $u = 3.5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Se va considera că arderea combustibilului se produce instantaneu.

Evident, problema are sens dacă prin u se subînțelege viteza produselor de ardere în raport cu racheta. În primul rând, se spune: „**expulzate din rachetă cu viteza u** .” În al doilea rând, viteza u nu poate fi în raport cu Pământul. Dacă presupunem că viteza u este în raport cu Pământul, atunci $u = v_r - v$, adică viteza relativă a produselor trebuie să fie $v_r = u + v = 11.4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, ceea ce reprezintă un nonsens, întrucât chiar în acest manual se menționează (corect !) că viteza v_r poate atinge valori de numai 4000 m/s .

Mai întâi reprezentăm rezolvarea (greșită) din această carte, bazată pe formula (14) în care $m = m_r + m_g = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Aici m_r este masa rachetei (a învelișului), iar masa m_g este masa produselor arderii (combustibil+oxidant). În formula (14) s-a considerat $m = m_g$,

$$M = m - m_g \text{ adică } v = \frac{m_g u}{m - m_g}, \text{ de unde rezultă } m_g = \frac{mv}{v + u} = 2.77 \cdot 10^3 \text{ kg}.$$

Rezolvarea e greșită, deoarece se bazează pe o viteză relativă (de $11.4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$), lipsită de sens. Cu asemenea date problema nu poate fi rezolvată nici aplicând formula corectă (9), în care $u_2 = u$, $m = m_g$, $v_r = u$:

$$v = \frac{m_g u}{m_g + m_r}$$

Rezultă: $m_g = \frac{m_r v}{u - v} < 0$

Acest paradox (de fapt, eroare) este cauzat de faptul că viteza rachetei la expulzarea instantanee a produselor arderii combustibilului s-a luat mai mare decât viteza de expulzare a produselor din rachetă, ceea ce este imposibil pentru orice raport $\frac{m}{M}$.

Primit pentru publicare: 14 mai 2013

DETERMINAREA LUNGIMII DE UNDĂ A LUMINII CU AJUTORUL REȚELEI DE DIFRAȚIE

S. Cârlig, Liceul Academiei de Științe a Moldovei,
C. Cîrlig, Liceul de Creativitate și Inventică Prometeu-Prim
I. Cîrlig, Liceul Teoretic Ștefan Cel Mare, Șoldănești

REZUMAT

Lucrarea de laborator poate fi propusă pentru realizare în clasa a XII atât pentru profilul real cât și pentru cel umanist la compartimentul “Oscilații și unde electromagnetice” sau poate fi realizată în cadrul lucrărilor practice de la sfârșit de an. Utilajul folosit este destul de accesibil, nepretențios și ușor de ajustat.