

LUCRĂRI DE LABORATOR ASISTATE DE CALCULATOR. STUDIUL ROSTOGOLIRII UNEI BILE PE PLANUL ÎNCLINAT

Alexandru Rusu, Constantin Pîrțac, Spiridon Rusu
fizica.rusu@gmail.com

Abstract. Se propune un soft pentru studiul rostogolirii unei bile pe planul înclinat de-a lungul unui uluc director, luând în seamă lățimea ulucului. Instalația de laborator este realizată în perspectiva utilizării unui cronometru digital interfațat calculatorului, care furnizează de fiecare dată câte 3 intervale consecutive de timp referitoare la mișcarea de rostogolire a bilei. Softul permite verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă, precum și determinarea forței de frecare de rostogolire. Softul permite, de asemenea, calculul erorilor standard, stabilirea intervalului de încredere pentru un anumit nivel de confidență, construirea graficelor dependențelor studiate utilizând metoda celor mai mici pătrate, precum și perfectarea referatului la experiențele propuse.

Cuvinte-cheie: mișcarea centrului de masă, frecare de rostogolire.

I. Introducere

Mișcarea de rostogolire a unui corp este compusă din două mișcări concomitente: una de translație și alta de rotație. Înțelegerea de către studenți a acestei mișcări compuse, în care apar efecte noi neîntâlnite la mișcarea de translație sau la cea de rotație, devine dificilă. Rezolvarea problemei respective poate fi realizată cu succes dacă de rând cu raționamentele teoretice se utilizează și cele experimentale în cadrul lucrărilor de laborator. Anume cercetarea experimentală poate conduce la o înțelegere mai profundă a acestui fenomen. O cercetare experimentală amplă, însă, necesită un număr mare de măsurări, precum și prelucrarea statistică a datelor acumulate. În mod obișnuit aceasta este imposibil în timp de 2 ore academice, întrucât numai trecerea pe hârtie a datelor ar necesita mai mult de 2 ore. Problema în cauză poate fi rezolvată, dacă se folosesc aparate de măsură digitale interfațate calculatorului, precum și softuri speciale ce permit în timp scurt achiziția datelor și prelucrarea lor, fără a mai fi scrise pe hârtie. În calitate de exemplu, vom analiza posibilitățile studierii mișcării de rostogolire a unei bile pe un uluc director înclinat cu unghiul α față de orizontală (fig. 1). Pentru măsurarea intervalelor de timp necesare este utilizat un cronometru digital interfațat calculatorului. Cronometrul în cauză poate măsura până la 99 intervale consecutive de timp folosind unul sau doi senzori. Fiecare senzor conține o sursă de radiație infraroșie emisă printr-un orificiu sub forma unui fascicol îngust și un receptor al acesteia. În studiul actual sunt necesare trei intervale de timp: t_1 în care bila acoperă fascicolul primului senzor situat în poziția x_1 (fig. 1), t_2 care durează de la descoperirea de către bilă a fascicolului primului senzor până la începutul acoperirii fascicolului celui de al doilea situat în poziția x_2 , și t_3 în care bila în mișcarea sa accelerată acoperă fascicolul senzorului al doilea [1].

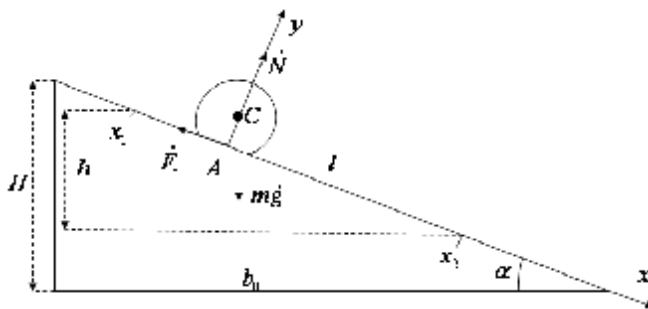


Fig. 1

$$a = g \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \sin a = g \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}, \quad (5)$$

$$F_t = g \frac{2mR^2}{7R^2 - 5e^2} \sin a = g \frac{2mR^2}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}. \quad (6)$$

Relațiile (5) și (6) sunt niște consecințe ale principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și ale teoremei despre mișcarea centrului de masă a unui sistem de puncte materiale. Confirmarea experimentală măcar a uneia din ele ar confirma indirect legile enunțate, precum și cealaltă relație. Experimental se poate verifica ușor relația (5) schimbând unghiul de înclinare a al planului în raport cu orizontala (a înălțimii H a planului) și determinând accelerația din relația de definiție pentru fiecare valoare a unghiului de înclinare a planului [2]:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}. \quad (7)$$

În (7) s-a utilizat faptul că la mișcarea uniform accelerată, cum este rostogolirea fără alunecare a bilei pe planul înclinat, viteza medie pe durata unui interval anumit de timp coincide cu viteza instantanee a corpului în mijlocul acestui interval. Aici d este diametrul secțiunii bilei ce acoperă fascicolul senzorului. Această mărime se măsoară indirect cunoscând raza bilei R (se măsoară diametrul bilei $2R$ cu șublerul), lățimea ulucului $2e$ (se măsoară cu șublerul) și distanța f de la marginea senzorului până la fascicolul lui: $f = 6$ mm. Într-adevăr, din *fig. 2* se observă că $(d/2)^2 + (R - f - c)^2 = R^2$, $R^2 = (R - c)^2 + e^2$. De aici se obține $d = 2\sqrt{e^2 - f^2 + 2f\sqrt{R^2 - e^2}}$.

Astfel, relația (5) exprimată prin mărimi direct măsurabile reprezintă o dependență liniară de tipul $Y = pX + b$, unde $Y = a = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}$, $X = \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}$ și $p = g$. Se va con-

sidera $b \neq 0$ pentru a avea posibilitatea depistării și eliminării unei eventuale erori sistematice [1] ce ar putea să se comită în experiment. În cazul când erori sistematice nu se comit trebuie să se îndeplinească relația $|b| \leq \Delta b$, adică în limitele erorilor comise în experiment dreapta corespunzătoare relației (5) trece prin originea de coordonate. Dacă graficul dependenței (5) construit după n puncte experimentale obținute în urma efectuării a $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 7$ măsurări indirecte a accelerației bilei reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = g$, atunci se poate trage concluzia că legile enunțate, precum și expresia (6) pentru forța de frecare de rostogolire, în limitele anumitor erori întâmplătoare comise în experiment, sunt juste. Eroarea relativă comisă la

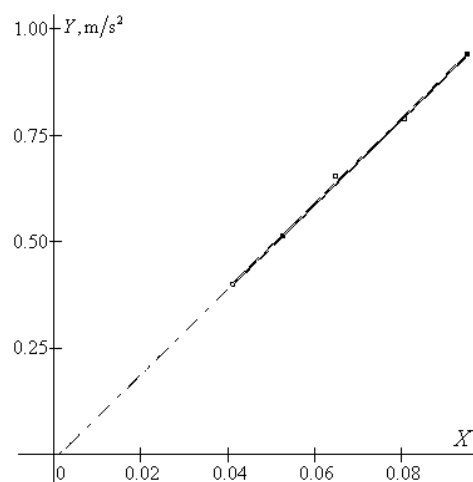


Fig. 3

determinarea pantei $p = g$ poate fi considerată drept eroare de verificare experimentală a legilor amintite în condițiile experimentului concret. Fiecare din cele $n \geq 5$ serii de măsurări se efectuează pentru un anumit unghi de înclinare a planului față de orizontală. Să clarificăm în ce limite poate varia acest unghi. Relațiile (5) și (6) sunt valabile la rostogolirea fără alunecare a bilei. Deci, în experiment trebuie luate astfel de unghiuri de înclinare pentru care bila nu ar aluneca în procesul rostogolirii. Din (6) se vede că forța de frecare de rostogolire, fiind o forță de frecare de repaus, este o mărime ce crește odată cu creșterea unghiului a de înclinare a planului și ar putea exista astfel de

unghiuri pentru care forța de frecare de rostogolire ar deveni egală cu forța de frecare la alunecare $F_{fr} = mN = mmg \cos a$, unde m este coeficientul de frecare la alunecare. Rostogolirea bilei nu va fi însoțită și de alunecarea ei dacă $F_t < F_{fr}$, adică dacă $2g mR^2 / (7R^2 - 5e^2) \sin a < mmg \cos a$. De aici se obține $H < mb_0 (7R^2 - 5e^2) / (2R^2)$. Considerând $m = 0,2$, $2e = 5 \text{ mm}$, $2R = 25 \text{ mm}$ și $b_0 = 0,4 \text{ m}$, se obține $H < 0,272 \text{ m}$. Pentru astfel de valori ale înălțimii planului se poate construi graficul dependenței forței de frecare de rostogolire de înălțimea planului (6).

În *fig. 3* este reprezentat graficul dependenței (5) construit cu ajutorul softului elaborat la procesarea datelor experimentale achiziționate în urma efectuării a $n = 5$ serii din câte $N = 10$ măsurări a intervalelor de timp t_1, t_2, t_3 . În experiment a fost luat $2e = 5 \text{ mm}$, $2R = 25 \text{ mm}$, $b_0 = 0,4 \text{ m}$ și $b_0 = 67 \text{ g}$. Din grafic se observă că dependența (5), după cum se aștepta, reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = (10,2 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$ ceea ce confirmă legile verificate cu o eroare relativă de 2%. Termenul liber $b = -0,012 \text{ m/s}^2$, iar eroarea lui standard $\Delta b = 0,014 \text{ m/s}^2$. Astfel, $|b| < \Delta b$.

Aceasta înseamnă că în limitele erorilor experimentului, dreapta corespunzătoare relației (5) trece prin originea de coordonate. Deci, o eventuală eroare sistematică ce ar putea să se comită în experiment la determinarea accelerației bilei este mai mică decât $\Delta b = 0,014 \text{ m/s}^2$. Mărimile căutate au fost calculate și dreapta a fost trasată utilizând metoda celor mai mici pătrate.

În *fig. 4* este reprezentat graficul dependenței (6) privită, de asemenea, ca o funcție liniară de tipul $Y = pX + b$, unde $Y = F_t$, $X = a$ și $p = \frac{2mR^2}{5(R^2 - e^2)}$.

Verificarea experimentală a acestei dependențe permite utilizarea ei pentru determinarea forței de frecare de rostogolire.

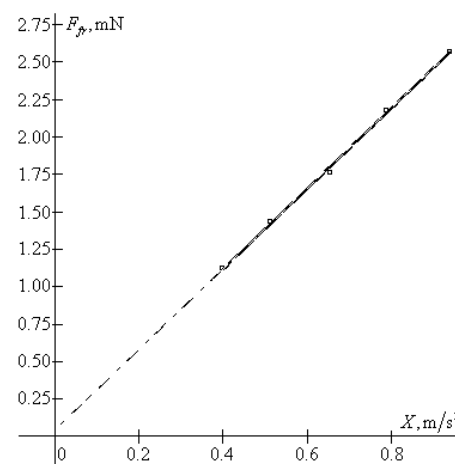


Fig. 4

III. Concluzii

Utilizarea cronometrului electronic interfațat calculatorului și a softului elaborat pentru verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă, precum și determinarea forței de frecare de rostogolire permite cercetarea detaliată a legilor enunțate, ceea ce creează condiții favorabile pentru însușirea mai profundă și mai eficientă de către studenți nu numai a acestor legi, ci și a metodelor de cercetare utile, de asemenea, și la realizarea altor studii experimentale.

IV. Referințe

1. A. Rusu, C. Pîrțac, S. Rusu. **Trusa de mecanică asistată de calculator. Procesarea datelor.** Fizica și tehnologii moderne. V 6, Nr. 3-4 (23-24), 2008, p. 10-21.
2. A. Rusu. **Trusa de mecanică asistată de calculator. Verificarea formulei vitezei la mișcarea rectilinie uniform variată.** Fizica și tehnologii moderne. V7, Nr. 3-4 (24-25), 2009.