

## DETERMINAREA SĂGETII ÎNȚIALE DE ÎNCOVOIERE A TURNULUI MACARALEI ÎN BAZĂ MODELELOR STATISTICE

*Prof.dr.hab. M.Andriuță, V.Bealeuța,  
Universitatea Tehnică a Moldovei*

### INTRODUCERE

După cum se știe pentru determinarea deplasărilor elastice la încovoierea construcțiilor metalice, există mai multe metode de calcul, cele mai utilizate fiind:

a) pentru cazul grinzilor simple – metoda integrării ecuației diferențiale ale fibrei medii deformată și metoda Mohr-Maxwell-Vereshhiagin;

b) pentru cazul grinzilor zăbreleite – metoda Maxwell-Mohr.

Deseori, în practica de proiectare sau exploatare, există situații, când aceste metode devin incomode din diverse cauze, cum sunt: volumul mare de calcule, dificultăți la determinarea constantelor de integrare ș.a. Astfel, la calculul grinzilor simple, aceste probleme apar în cazurile de nedeterminare statică, iar la grinzile zăbreleite și în cazul determinabilității statice, chiar dacă numărul de bare nu este mare. Aceste probleme devin acute mai ales în cazurile, când inginerul practician are de efectuat mai multe probe, cu diferiți parametri ai construcției metalice, în faza de concepere, proiectare preliminară, optimizare sau verificare aproximativă a ei. Deoarece ulterior, structura oricum urmează a fi supusă calculului de verificare finală prin metode mai precise, o importanță practică ar avea elaborarea unor metode mai simple, fie și aproximative, care ar permite calculul cu volum mai mic de operații.

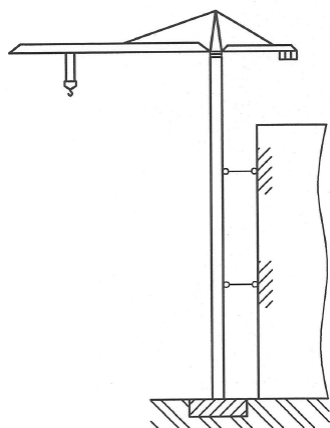


Figura 1.

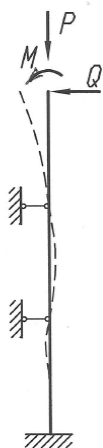


Figura 2.

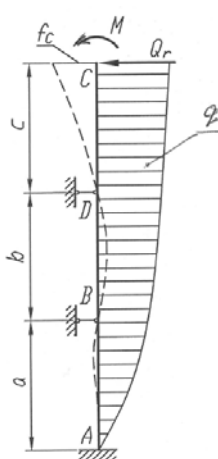


Figura 3.

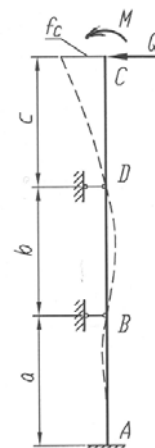


Figura 4.

Drept exemplu, în prezenta lucrare s-a încercat elaborarea formulei de calcul a valorii săgeții de încovoiere la vârful turnului unei macarale, ancorat în două nivele la clădirea construită, reprezentat în fig.1.

### 1. ANALIZA SCHEMEI TURNULUI ANCORAT LA CLĂDIRE

În afara momentului de torsiune și forțelor axiale, caracteristice ambelor tipuri de turn ale macaralelor, cele nerotitoare sunt puternic solicitate la încovoiere, ceea ce duce la deplasări elastice în direcție orizontală (vezi fig.2). Astfel, în urma acțiunii forței axiale, apare un moment încovoiător suplimentar, cu toate efectele ce reies din aceasta. În literatura de specialitate (vezi [1,2,3] ș.a.), acest fenomen se numește efect de ordinul II.

Cea mai simplă metodă de calcul a efectului de ordinul II pentru turnul macaralei, este prezentată în lucrarea [1] și se reduce la utilizarea următoarei formule de calcul al momentului încovoiător total:

$$M = M_0 \frac{1}{1 - \Delta M / M_0} ; \quad (1)$$

unde:  $M_0$  - momentul încovoiător stabilit prin

teoria de ordinul I ;  $\Delta M = f_0 \cdot P$  ; - creșterea inițială de moment, determinată de săgeata primară de încovoiere, definită de către momentul  $M_0$  ;

După cum se vede, pentru evaluarea fie și aproximativă a rezistenței turnului, este necesară determinarea săgeții primare de încovoiere la vârful turnului. De asemenea, acest parametru este definitiv și la calculul parametrilor dinamici ai turnului (vezi [3,4] ș.a.), de care trebuie să se țină cont chiar la etapa preliminară a proiectării. Astfel, simplificarea metodei de calcul a deplasării elastice la vârful turnului are o importanță practică.

## 2. MODELUL STATISTIC PENTRU CALCULUL SĂGEȚII DE ÎNCOVOIERE LA VÂRFUL TURNULUI

O cale eficientă de soluționare a problemei determinării valorii unui parametru în funcție de cele ale altor parametri, sunt metodele de prelucrare statistică a datelor.

În cazul turnului cu două ancoraje, schema căruia este prezentată în fig.3, principalii parametri ce determină valoarea săgeții primare de încovoiere  $f_C$ , sunt:

$M$  și  $Q_r$  – respectiv, momentul încovoiator și forța orizontală, transmise la vârful turnului, de către partea rotitoare;

$q(y)$  - intensitatea acțiunii repartizate a vântului în funcție de cota de înălțime;

$a$ ,  $b$  și  $c$  – lungimile porțiunilor caracteristice ale turnului;

$R$  - rigiditatea turnului la încovoiere, care la rândul său depinde de secțiunile elementelor și parametrii săi de zăbreire.

După cum se vede, doi dintre parametrii enumerați, la rândul lor, constituie funcții de alți parametri și în această stare sunt dificil de introdus în calculele de prelucrare statistică.

Deoarece presiunea dinamică de bază a vântului crește parabolic în funcție de înălțime (vezi [2,5], [6,7] ș.a.), iar datorită modului de rezemare a turnului (cu 2 ancoraje), influența majoritară este pe porțiunea  $c$ , putem admite cu o anumită aproximație, înlocuirea acțiunii repartizate a vântului, cu o forță echivalentă aplicată la vârful turnului. Adunând valoarea acestei forțe cu cea a forței  $Q_r$ , transmisă de către partea rotitoare, obținem forța  $Q$  (vezi fig.4).

Rigiditatea turnului, poate fi exprimată cu un grad acceptabil de aproximație, prin cea a unei grinzi simple echivalente (vezi [1,2,3]), caracterizată prin:  $I$  – momentul de inerție al secțiunii transversale și  $E$  – modulul longitudinal de elasticitate.

Conform cercetărilor autorilor (prezentului articol), pentru coraportul între lungimile porțiunilor  $a$  și  $b$ ,  $\frac{a}{b} = 0,5...2$ , utilizat de regulă la ancorarea macaralelor, influența lungimii  $a$  asupra valorii săgeții de încovoiere  $f_C$ , este nesemnificativă. Astfel, în aceste condiții, acest factor poate fi neglijat.

În baza acestor simplificări, se poate propune următoarea expresie a deplasării elastice orizontale la vârful turnului:

$$f_C = f(M, Q, b, c, E, I) ; \quad (2)$$

Conform principiului independenței acțiunii forțelor, factorii liniari  $E$  și  $I$  pot fi scoși în fața restului expresiei, iar influențele factorilor  $M$  și  $Q$  pot fi examinate separat iar apoi adunate. Astfel obținem:

$$f_{C(Q)} = \frac{1}{EI} \cdot f_1(Q, b, c) ; \quad (3)$$

$$f_{C(M)} = \frac{1}{EI} \cdot f_2(M, b, c) ; \quad (4)$$

Pentru analiza statistică a acestor funcții, s-a utilizat Planul Box-Benkin ( $k=3$   $n=15$ ), la care în calitate de date experimentale au servit valorile determinate prin metoda Mohr-Maxwell.

La analiza variației săgeții de încovoiere  $f_C$ , în funcție de acțiunea separată a forței transversale  $Q$  (vezi tab.1), s-au utilizat următoarele date de intrare:

$$\begin{aligned} b &= 25 \pm 15 \text{ m} = x_1 & I &= 10^6 \text{ cm}^4 = \text{const} \\ c &= 25 \pm 15 \text{ m} = x_2 & E &= 2 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2 = \text{const.} \\ Q &= 20 \pm 15 \text{ kN} = x_3 & M &= 0 = \text{const.} \end{aligned}$$

În urma prelucrării datelor de ieșire după un program special, s-a obținut următorul model statistic:

$$y = e^{-10,0042} \cdot x_1^{0,4023} \cdot x_2^{2,496} \cdot x_3^{0,9996} ;$$

la care eroarea medie constituie  $\varepsilon = 4,3\%$ .

Ținând cont de rigiditatea construcției și calculând valoarea constantă a primului factor al expresiei, precum și în baza principiului independenței acțiunii forțelor, obținem relația:

$$f_{C(Q)} = \frac{2 \cdot 10^7}{EI} \cdot 4,521 \cdot b^{0,4023} \cdot c^{2,496} \cdot Q ; \quad (5)$$

Analogic s-a analizat variația săgeții de încovoiere  $f_C$  în funcție de acțiunea separată a momentului încovoiator  $M$  (vezi tab.2). S-au utilizat aceiași parametri dimensionali și de rigiditate, dar având încărcările:

$$\begin{aligned} M &= 600 \pm 400 \text{ kN} \cdot \text{m} = x_3 \\ Q &= 0 = \text{const.} \end{aligned}$$

În mod similar, s-a obținut modelul statistic:

Tabelul 1

Nr. probei	Distanța $b$ $x_1$	Distanța $c$ $x_2$	Forța $Q$ $x_3$	Săgeata $f_c$ (cm)	
				determinată după metoda Mohr-Maxwel	determinată după model statistic
1	1	1	0	39,04	39,79
2	1	-1	0	1,44	1,25
3	-1	1	0	26,2	22,78
4	-1	-1	0	0,64	0,72
5	1	0	1	21,22	21,53
6	1	0	-1	3,03	3,08
7	-1	0	1	12,44	12,33
8	-1	0	-1	1,78	1,76
9	0	1	1	57,33	57,62
10	0	1	-1	8,19	8,24
11	0	-1	1	1,833	1,81
12	0	-1	-1	0,262	0,26
13	0	0	0	9,673	10,19
14	0	0	0	9,673	10,19
15	0	0	0	9,673	10,19

$$y = e^{-9,8192} \cdot x_1^{0,3211} \cdot x_2^{1,591} \cdot x_3^{1,0} ;$$

cu eroarea medie  $\varepsilon = 4,11\%$ .

Efectuând operațiile expuse mai sus, obținem relația:

$$f_{C(M)} = \frac{2 \cdot 10^7}{EI} \cdot 5,4724 \cdot b^{0,3211} \cdot c^{1,591} \cdot M ; \quad (6)$$

Adunând expresiile (5) cu (6) și rotunjind cifrele, obținem următoarea formulă aproximativă pentru

calculul săgeții primare de încovoiere la vârful turnului:

$$f_c = \frac{2 \cdot 10^7}{EI} (4,52 \cdot b^{0,4} \cdot c^{2,5} \cdot Q + 5,47 \cdot b^{0,32} \cdot c^{1,59} \cdot M) ; \quad (7)$$

Pentru utilizarea acestei formule, factorii urmează a fi exprimați în următoarele unități:

$E - \text{daN/cm}^2$ ;  $I - \text{cm}^4$ ;  $b - \text{metri}$ ;  $c - \text{metri}$ ;  $Q - \text{kN}$ ;  $M - \text{kNxm}$ .

Tabelul 2.

Nr. probei	Distanța $b$ $x_1$	Distanța $c$ $x_2$	Momen- tul $M$ $x_3$	Săgeata $f_c$ (cm)	
				determinată după metoda Mohr-Maxwel	determinată după model statistic
1	1	1	0	37,28	37,98
2	1	-1	0	4,82	4,19
3	-1	1	0	27,65	24,34
4	-1	-1	0	2,41	2,68
5	1	0	1	29,46	29,98
6	1	0	-1	5,89	5,99
7	-1	0	1	19,43	19,21
8	-1	0	-1	3,89	3,84
9	0	1	1	54,29	54,44
10	0	1	-1	10,86	10,89
11	0	-1	1	6,07	6,0
12	0	-1	-1	1,21	1,20
13	0	0	0	14,73	15,47
14	0	0	0	14,73	15,47
15	0	0	0	14,73	15,47

#### 4. Constatări și concluzii

1. În baza modelelor statistice s-a obținut o formulă de calcul operativ al deplasării elastice la vârful turnului, fără a mai fi necesare deschiderea nedeterminabilității statice.

2. Utilizarea acestei formule în fazele preliminare ale proiectării, va permite calculul simplu și rapid al săgeții primare de încovoiere, pentru diverse variante ale parametrilor turnului, fără a fi necesare aplicații specializate pe calculator, precum și deprinderi practice speciale la utilizarea lor.

3. Ținând cont de caracterul empiric, formula poate fi utilizată în diapazonul coraportului  $\frac{a}{b} = 0,5...2$ , care corespunde practic tuturor macaralelor turn de uz general, cu înălțimea până la 100 metri.

4. Deoarece calculul conform formulei date este aproximativ, în fazele avansate ale proiectării, verificările efectuate conform metodelor tradiționale mai precise, rămân obligatorii.

#### *Bibliografie*

1. **Alămoreanu M., Tișea T.** *Mașini de ridicat.* vol.II, Editura tehnică, București, 2000.
2. **Goxberg M.M.** *Metallicheskie konstrukcii pod"yomno-transportnyx mashin.* M.: Mashinostroenie, 1976.
3. **Nevzorov L.A., Zareczkii A.A.** *Bashennye krany.* M.: Mashinostroenie, 1979. GOST 13994-81.
4. *Crany bashennye stroitel"nye. Normy raschyota.*
5. **Alămoreanu M., Coman L., Nicolescu Ș.** *Mașini de ridicat.* vol.I. Editura tehnică, București, 1996.
6. GOST 1451-77 *Crany gruzopodyomnye. Nagruzka vetrovaya. Normy i metod opredeleniya.*
7. *Pravila raschyota pod"yomnyx ustrojstv. Perevod co vtorogo franchuzscogo izdaniya. Moskva, 1972.*