

MÉTHODE DE LINÉARISATION ÉQUIVALENTE POUR LES SYSTÈMES NON LINÉAIRES SOUMIS AU CHOC

D. Stefan, M. Rujanu

Université Technique « Gh. Asachi » Iassy

INTRODUCTION

Les centrales nucléaires sont implantées dans une région où le risque sismique n'est pas négligeable, cette sollicitation potentielle est prise en compte dès la conception du projet, des plus grosses structures de génie civil aux plus petits composants électroniques.

Concernant les structures mécaniques, des codes et des standards définissent pour chaque composant des critères de contraintes ou de déformation à vérifier sous l'action simultanée de chargements, d'exploitation et d'un chargement accidentel, le séisme en occurrence.

Les règlements actuels visent entre autres à prémunir ces structures contre un dommage d'instabilité plastique qui pourrait se produire lors des séismes exceptionnels. Ce type de dommage n'a jamais pu être observé que ce soit sur site après un séisme réel destructeur ou en laboratoire.

Des essais expérimentaux récents ont été menés que les éléments de tuyauteries souffrent des dommages aux actions de 15-20 fois plus grandes que les actions qui conduisent à la ruine des structures de résistance.

La surdimensionnement des structures actuelles, provient de la modélisation simpliste et très conservatrice du séisme, alors que les effets bénéfiques liés au caractère dynamique et surtout transitoire de ce chargement sont négligés. La ductilité de ces structures, peu prise en compte, contribue également à l'explication de tels écarts. Le fait que ces structures se comportent mieux que prévu par les codes pourrait donc sembler tout à fait rassurant sinon économique.

Pour se garantir d'un dommage inexistant en réalité (instabilité plastique) les concepteurs sont amenés à limiter les déplacements des lignes de tuyauteries en les rigidifiant. Une solution pour résoudre ce problème et de multiplier les supports classiques et les dispositifs amortisseurs auto-bloquant. Ces mécanismes complexes permettent les mouvements lents liés aux dilatations thermique et bloquent les tuyauteries en cas de mouvement violents (un forte tremblement de terre). Ces installations sont très chères et nécessitent des vérifications régulières ; en cas de mauvais

fonctionnement ils peuvent bloquer les tuyauteries, engendrant alors des contraintes thermiques à chaque montée et descente de température. Or ce risque là est bien réel et peut entraîner un endommagement par fatigue. Il est nécessaire alors de modifier la pratique actuelle en s'affranchissant si possible des dispositifs amortisseurs auto-bloquant pour ne conserver que des tuyauteries souples maintenues par des supports à jeux. Cette solution techniquement simple et peut onéreuse semble d'autant plus valable qu'elle permet de dissiper une partie de l'énergie du séisme par frottement et plastification locale ; cela nécessite des connaissances approfondies sur le comportement dynamique des lignes de tuyauteries souples fixées uniquement par des tels supports. La présence des jeux fonctionnels complique considérablement les études de dimensionnement en introduisant une non linéarité de choc en cas de mouvements brusques entre la structure et ses supports. Par ailleurs, la prise en compte de la ductilité au travers de plastifications locales acceptées est aussi délicate.

Les tendances actuelles réglementaires favorisent au sein du dimensionnement les notions de fiabilité et de taux de défaillance, qui sont plus complètes que les critères actuels de vérification.

Les méthodes probabilistes exactes ou approchées se sont développées depuis une trentaine d'années environ, pour la résolution de certains problèmes non-linéaires. Parmi elles, des techniques de linéarisation ont été élaborées pour substituer aux systèmes non-linéaires, des systèmes linéaires, nommés équivalents. Ce concept récent de linéarisation stochastique est très tentant dans la mesure où l'hypothèse de linéarité est à la base des codes de calcul actuels.

Les techniques de linéarisation équivalente restent confinées dans le domaine de la recherche et du développement par manque de maturité. Les problèmes ainsi traités sont insuffisamment nombreux et font encore apparaître des carences qui restreignent leur portée.

1. LA NON LINÉARITÉ CHOC

La non linéarité choc est essentielles pour l'analyse des lignes de tuyauterie soumis aux

séismes. Lors de l'impact entre deux des structures, une tuyauterie et un de ses supports existent des nouvelles forces de liaison pendant la durée du contact. Leur zone d'application est généralement très localisée étant donné la faible déformabilité des structures. En pratique, nous considérons que chaque contact est ponctuel.

Les caractéristiques d'amplitude et de direction de ces forces sont quant à elles gouvernées par les aspects locaux des déformations dans le voisinage de la zone d'appui. Les analyses du problème conduisent à la formulation de lois de contacts qui tiennent compte des effets élastiques, dissipatifs et éventuellement inertiel lorsque comme dans les exemples cités (tuyauteries, coeur de réacteur ou générateur de vapeur) un fluide est également intimement lié à la structure. La composante principale de la force d'impact est un effort normal (nous avons négligé toute composante tangentielle lors du contact).

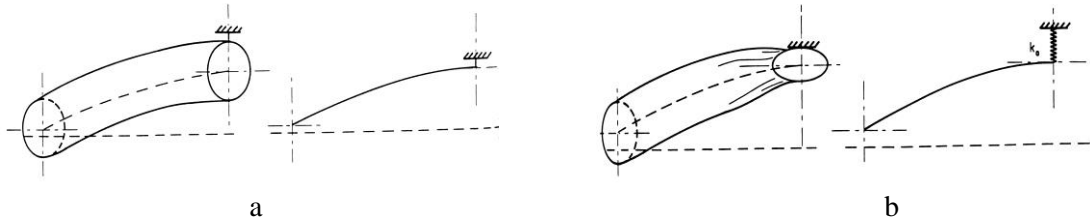


Figure 1. a) avant le choc; b) pendant le choc.

k_0 est une raideur d'ovalisation du tuyau et elle peut être obtenue par calcul statique ou essai, après détermination de la déflexion δ_r associée à un effort d'enfoncement statique F .

L'effet d'ovalisation peut être considéré pour de faibles déflexions δ_r (fig.2).

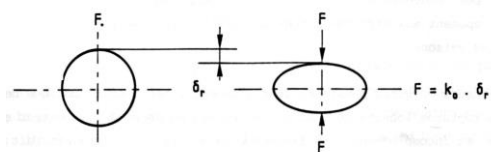


Figure 2.

Connaissant les fréquences des premiers modes transversaux, on peut choisir, pour représenter le comportement d'ensemble de la structure, de tronquer la base des modes propres longitudinaux à partir de ceux dont la fréquence est supérieure à celle des premiers modes transversaux. Pour ne pas négliger la souplesse de la poutre liée à ces modes élevés, qui contribue par exemple à l'obtention d'une bonne approximation des forces de choc, nous sommes conduits, comme pour les modes transversaux, à introduire une raideur

Qu'il s'agisse d'une ligne de tuyauterie, d'un tube échangeur de générateur de vapeurs, ou d'un assemblage combustible de coeur, la structure impactant est de type poutre sollicitée à la flexion. Chaque nouvel impact induit des phénomènes vibratoires qui vont :

- influencer le comportement d'ensemble de la structure – vibrations à basses fréquences qui peuvent être représentées par les premiers modes de flexion longitudinaux de poutre ;
- affecter localement la zone d'impact – vibrations à haute fréquences qui font intervenir les modes transversaux ainsi que propagation d'ondes dans l'épaisseur du tuyau.

Les modèles associés à ces structures sont unidimensionnels et l'aspect de déformation locale de la section droite peut être simplement pris en compte par un terme statique comme le montrent la figure 1.

résiduelle k_r qui est calculée en considérant que les modes longitudinaux négligés ont une réponse quasi-statique.

La schématisation habituelle de ces structures en poutre uni-dimensionnelle a conduit à définir une raideur de choc k' :

$$k'^{-1} = k_0^{-1} + k_r^{-1} + k_b^{-1}$$

2. LA MÉTHODE DE LINÉARISATION ÉQUIVALENTE. SYSTÈMES À UN DEGRÉ DE LIBERTÉ DYNAMIQUE

Les systèmes linéaires sont beaucoup plus faciles à résoudre que les systèmes non-linéaires. Pour ces raisons il est normal en présence de certains systèmes non-linéaires de chercher à les remplacer par des systèmes linéaires, équivalents au sens où les caractéristiques de leur réponse sont proches de celles des systèmes initiaux.

Les systèmes mécaniques les plus simples sont les oscillateurs à un degré de liberté

dynamique. L'équation du mouvement la plus générale pour un tel oscillateur non-linéaire de masse m est :

$$m\ddot{y}(t) + h(y, \dot{y}) = f(t) \quad (1)$$

où $\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}, \ddot{\tilde{y}}$ représentent le déplacement, la vitesse et l'accélération de la réponse

$h(y, \dot{y})$ est un fonction décrivant la non-linéarité de l'oscillateur

$f(t)$ représente l'excitation.

La méthode de linéarisation consiste à remplacer l'oscillateur non-linéaire par un oscillateur linéaire équivalent, c'est-à-dire à remplacer l'équation (1) par l'équation (2)

$$m\ddot{\tilde{y}}(t) + c_{eq}\dot{\tilde{y}}(t) + k_{eq}\tilde{y}(t) = f(t) \quad (2)$$

où $\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}, \ddot{\tilde{y}}$ représentent le déplacement, la vitesse et l'accélération de l'oscillateur équivalent

c_{eq} l'amortissement visqueux de l'oscillateur équivalent

k_{eq} la raideur de l'oscillateur équivalent.

$$\frac{\partial E[\varepsilon(t)^2]}{\partial C_{eq}} = \frac{\partial E[\varepsilon(t)^2]}{\partial K_{eq}} = 0 \quad (E[\varepsilon(t)^2] \text{ l'opérateur mathématique}) \quad (5)$$

En développant l'équation (5) on obtient le système :

$$\begin{aligned} K_{eq} &= \frac{E[h \cdot \tilde{y}]E[\dot{\tilde{y}}^2] - E[h \cdot \dot{\tilde{y}}][\tilde{y} \cdot \dot{\tilde{y}}]}{E[\tilde{y}^2]E[\dot{\tilde{y}}^2] - E[\tilde{y} \cdot \dot{\tilde{y}}]^2} \\ C_{eq} &= \frac{E[h \cdot \dot{\tilde{y}}]E[\tilde{y}^2] - E[h \cdot \tilde{y}][\tilde{y} \cdot \dot{\tilde{y}}]}{E[\tilde{y}^2]E[\dot{\tilde{y}}^2] - E[\tilde{y} \cdot \dot{\tilde{y}}]^2} \end{aligned} \quad (6)$$

où $h(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}})$ a été remplacé par h ;

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_{eq}}{m} & -\frac{c_{eq}}{m} \end{bmatrix}; \quad (9)$$

La matrice F peut être simplifiée lorsque l'excitation $f(t)$ est un processus non corrélé :

Il semble banal de dire que le mouvement du système linéaire équivalent n'est pas identique à celui du système non-linéaire, mais ceci permet d'écrire que $\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}, \ddot{\tilde{y}}$ ne vérifie pas exactement l'équation (2) :

$$m\ddot{\tilde{y}}(t) + h(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}) = f(t) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

où $\varepsilon(t)$ est un processus aléatoire à moyenne nulle qui permet de mesurer la différence entre les deux équations (1) et (2) et est appelé terme d'erreur.

En soustrayant les équations (2) et (3) on obtient :

$$\varepsilon(t) = h(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}) - c_{eq}\dot{\tilde{y}}(t) - k_{eq}\tilde{y}(t) \quad (4)$$

La détermination qui nous importe, celle des paramètres c_{eq} et k_{eq} est obtenue en écrivant que le meilleur oscillateur linéaire équivalent correspond à une erreur $\varepsilon(t)$ minimale.

La méthode usuellement employée pour minimiser un tel processus est de minimiser sa variance c'est-à-dire $E[\varepsilon(t)^2]$ où la notation symbolique $E[\dots]$ désigne l'opérateur espérance mathématique. On cherche donc c_{eq} et k_{eq} tels que :

$E[\tilde{y}, h(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}})]$ et $E[\dot{\tilde{y}}, h(\tilde{y}, \dot{\tilde{y}})]$ peuvent être exprimés en fonction de \tilde{y} et $\dot{\tilde{y}}$;

c_{eq} et k_{eq} sont fonction des éléments de la matrice de covariance $cov[Y]$:

$$cov[Y] = \begin{bmatrix} E[\tilde{y}, \dot{\tilde{y}}] & E[\tilde{y}, \tilde{y}] \\ E[\dot{\tilde{y}}, \tilde{y}] & E[\dot{\tilde{y}}, \dot{\tilde{y}}] \end{bmatrix} \quad (7)$$

On utilise l'équation (2) pour obtenir directement une expression de Y sous la forme d'une équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{Y} = PY + YP^T + F \quad (8)$$

où

$$F = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 & E[f\dot{\tilde{y}}] \\ E[f\tilde{y}] & 2E[f\tilde{y}] \end{bmatrix}$$

$$E[f(t) \cdot f(t + \tau)] = S_0 \delta(\tau) \quad (10)$$

$$F = \frac{I}{m^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Lorsque l'excitation est stationnaire, $y=0$, l'équation (8) devient :

$$PY + YP^T + F = 0, \quad (12)$$

qui est parfois appelée équation matricielle de Liapunov.

La résolution de l'équation différentielle linéaire (8) ou (12) ne pose aucune difficulté à ceci près que la matrice P est fonction des paramètres c_{eq} et k_{eq} recherchés.

3. CONCLUSIONS

Les réglemens actuels visent entre autres à prémunir ces structures contre un dommage d'instabilité plastique qui pourrait se produire lors le séismes exceptionnels.

La présence des jeux fonctionnels complique considérablement les études de dimensionnement en introduisant une non linéarité de choc en cas de mouvements brusques entre la structure et ses supports.

Les méthodes probabilistes exactes ou approchées se sont développées depuis une trentaine d'années environ, pour la résolution de certains

problèmes non-linéaires. Parmi elles, des techniques de linéarisation ont été élaborées pour substituer aux systèmes non-linéaires, des systèmes linéaires, nomées équivalents. Ce concept récent de linéarisation stochastique est très tentant dans la mesure où l'hypothèse de linéarité est à la base des codes de calcul actuels.

Les techniques de linéarisation équivalente restent confinées dans le domaine de la recherche et du développement par manque de maturité. Les problèmes ainsi traités sont insuffisamment nombreux et font encore apparaître des carences qui restreignent leur portée.

Bibliographie

1. **Cifuentes, A.O. and Iwan, W.D.** *Non linear system identification based on modelling of restrung force behaviour, soil Dynamic and earthquake engineering*, 1989.
2. **Chang, R.J. and Young G.E.** *Methods and Gaussian criterion for statistical linearization of stochastic parametrically and externally excited non linear system. Journal of Applied Mechanics*, vol.56, pag.179-185, 1989.
3. **Wiener, N.** *Non linear problem in random theory. John Wiley and Sons, New York*, 1958
4. **Stefan, D.** *Elemente de dinamică și identificarea dinamică a structurilor de construcții. Editura Vesper, Iași*, 2001.