

APRECIEREA NUMERICĂ A COEFICIENTULUI DE REDUCERE A RIGIDITĂȚII PLĂCILOR CIRCULARE PERFORATE SUBȚIRI

Iu. Țerna

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca, România

INTRODUCERE

Prezenta lucrare are ca obiectiv analiza numerică și experimentală a plăcilor perforate subțiri, cu perforațiile dispuse în vârful unui triunghi echilateral. Aceste tipuri de plăci au o răspândire largă, și pot fi întâlnite în componența diferitor utilaje industriale (plăci tubulare în schimbătoare de căldură, elemente de rigidizare în filtre, capuri de extrudare, elemente de protecție, etc.) sau casnice (diferite site, piese rotative ale storcătoarelor centrifuge, site, etc), numărând o varietate largă de forme și dimensiuni. Dacă numărul de perforații este mare, zona perforată poate fi considerată din punct de vedere al calculului la rezistență ca o zonă omogenă, însă de o rigiditate redusă, echivalentă cu rigiditatea plăcii perforate reale. Astfel apare problema calculului coeficientului de reducere a rigidității, problemă care pentru un număr mare de perforații, este practic imposibil de rezolvat analitic (sau relațiile matematice sunt de o complexitate sporită). Astfel, acest coeficient, se apreciază experimental, iar odată cu dezvoltarea Metodei Elementului Finit (MEF), calculul poate fi realizat și pe cale numerică.

1. ASPECTE MATEMATICE ALE PROBLEMEI

Relațiile matematice care stau la baza calculului deformațiilor plăcilor circulare subțiri omogene, încărcate cu o presiune uniformă utilizând teoria deformațiilor mici pot fi generalizate în felul următor:

$$w(\mathbf{r})_{omogen} = \frac{P \cdot R^4}{64 \cdot D} \cdot f(\mathbf{r}) \quad (1)$$

unde $w(\mathbf{r})_{omogen}$ – săgeata curentă, m, P – presiunea ce solicită placa, Pa, D – rigiditatea cilindrică a plăcii, Pa·m³, R – raza plăcii, m $f(\mathbf{r})$ – funcția de rază curentă care se apreciază pentru cazul de rezemare considerat a conturului plăcii, mărime adimensională. Pentru plăcile perforate, cu ajutorul

coeficientului de reducere a rigidității η , relația (1) se modifică în felul următor:

$$w(\mathbf{r})_{perforat} = \frac{P \cdot R^4}{64 \cdot (D \cdot \eta)} \cdot f(\mathbf{r}) \quad (2)$$

Astfel, cunoașterea parametrului η permite un calcul analitic rapid și eficient a deformațiilor plăcilor perforate cu formulele existente pentru plăcile subțiri omogene.

2. CALCULUL NUMERIC

Utilizarea MEF în calculele ingineresti a definit o nouă alternativă cercetărilor experimentale, care de multe ori, în special când sunt implicate multe modele de o complexitate de execuție sporită, implică costuri de realizare ridicate. Metoda elementului finit (denumită frecvent o metodă cvasi-experimentală), însă, permite în timp redus și cu cheltuieli minime realizarea unei serii de verificări „virtuale”, care nu necesită execuția în natură a piesei sau modelului. Trebuie precizat că rezolvarea numerică nu poate înlocui în totalitate cercetările experimentale, dar permite însă reducerea numărului de modele reale cât și a volumului de lucrări experimentale. Astfel confruntarea rezultatelor numerice cu câteva rezultate experimentale este de obicei suficientă pentru a avea siguranța în soluțiile obținute cu ajutorul metodei elementului finit.

În prezenta lucrare se tratează problema plăcilor plane perforate circulare subțiri, cu perforații circulare, încărcate cu o presiune uniformă pe toată suprafața, simplu rezemate sau încastrate pe contur.

Calculul s-a realizat pe baza următoarelor ipoteze simplificatoare de bază:

- Dimensiunile și pasul perforațiilor sunt mici în comparație cu diametrul plăcii considerate, astfel încât placa perforată data poate fi „redușă” la o placă omogenă echivalentă, de aceeași rigiditate.
- Placa perforată se consideră de grosime constantă, reprezentată în calcul prin planul sau median, iar deplasările transversale ale plăcii

sunt mici (mai mici sau egale cu o pătrime din grosimea plăcii)

- Se neglijează efectul forțelor tăietoare.
- Tensiunile normale pe planul median sunt neglijate.
- Sarcinile din presiune definite se consideră statice.

În prezenta lucrare au fost analizate cu ajutorul elementului finit placi de diametre exterioare, grosimi și dimensiuni ale perforațiilor diferite, la care s-au considerat 3 parametri de variație:

$$K = \frac{2R}{h} \quad (3)$$

unde K – coeficientul ce apreciază grosimea plăcii, h – grosimea plăcii, m.

$$\psi = \frac{p-d}{p} \quad (4)$$

unde ψ - parametrul ce caracterizează dimensiunea perforațiilor, p – pasul perforațiilor, m, d - diametrul perforațiilor, m.

$$\chi = \frac{R}{p} \quad (5)$$

unde χ - parametrul ce caracterizează densitatea perforațiilor pe placa perforată

S-au analizat 8 valori ale coeficientului K (40, 60, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140) și corespunzător fiecărei valori K , câte 8 valori ale coeficientului ψ (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8) pentru fiecare caz de rezemare (încastrare sau simpla rezemare pe contur) - în total 144 de placi circulare perforate (cazuri) analizate pentru $\chi = 5.2$. Pentru studiul coeficientului de reducere a rigidității η la solicitare axială (pentru fiecare valoare a parametrului ψ), suplimentar s-a analizat și o epruvetă dreptunghiulară, cu următoarele caracteristici: 21 perforații, cu pasul găurilor 25 mm, cu structura rețelei identica plăcilor circulare analizate, din oțel, de dimensiunile $L \times B \times H = 200.5 \times 69 \times 2.6$ mm, prezentată în figura 1. Epruveta a fost supusă la tracțiune, cu o forță axială de $F = 693$ N.

Pentru execuția modelelor virtuale s-au utilizat elemente finite de tip „placă”, care sunt reprezentate numai prin planul lor median, cu 4 noduri, cu 6 Grade De Libertate (GDL) pe nod. Datorită simetriei modelului, cercetările s-au efectuat modelând numai o pătrime de placă (cu excepția modelului supus la tracțiune, unde s-a considerat o jumătate de model), punând condițiile

la limita respective. Numărul de elemente utilizat este constant pentru modelele ce au aceeași valoare a coeficientului K și variază odată cu modificarea parametrului ψ , însă numărul de elemente pe punțiță (zona în care distanța între două perforații vecine este minimă) este de cel puțin 6. Astfel, numărul de elemente pe model, variază de la caz la caz între 25000 și 65000. În figura 2 este prezentat unul din modelele utilizate pentru calculele numerice, unde se pot observa modul de împărțire în elemente finite, perforația plăcii, cât și valorile săgeții obținute din calcul.

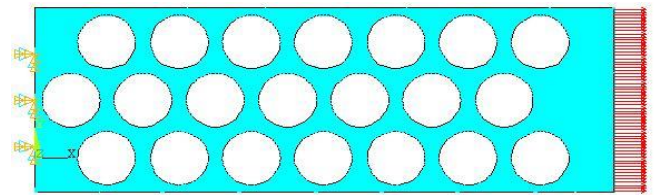


Figura 1. Modelul epruvetei încercate la solicitare axială.

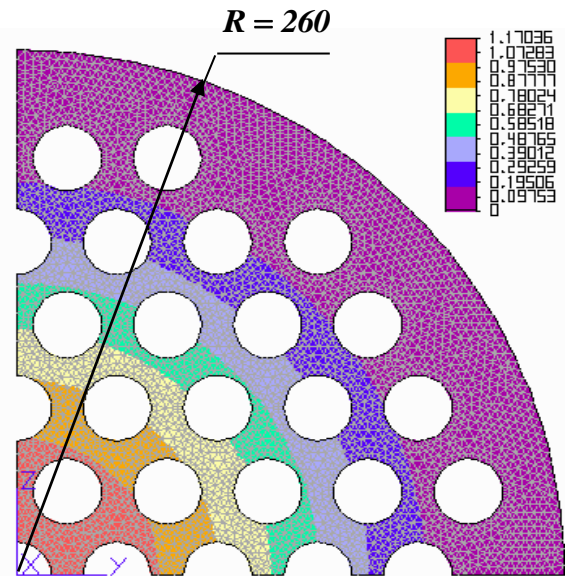


Figura 2. Placă perforată încadrată pe contur. Deformată, mm.

Inițial, s-a studiat dependența $\eta = f(K)$ (pentru ambele moduri de rezemare pe contur, după cum a și fost menționat anterior) pentru fiecare valoare ψ . Rezultatele sunt prezentate în figura 3 (pentru contur încadrată) și figura 4 (pentru contur simplu rezemat). Ulterior s-au trasat curbele obținute pe baza relației $\eta = f(\psi)$, pentru valorile extreme ale parametrului K (40 și 140) pentru ambele moduri de rezemare, cât și pentru modelul supus tracțiunii, rezultate prezentate în figura 5.

Pentru a defini mărimea $\eta = f(\psi)$ ca funcție, pe baza regresiei polinomiale se aleg două polinoame care aproximează curba determinată pe baza metodei elementului finit. Astfel, pentru încăstrare se alege un polinom de gradul doi (abaterea medie pătratică $R_{mp}=0.996$):

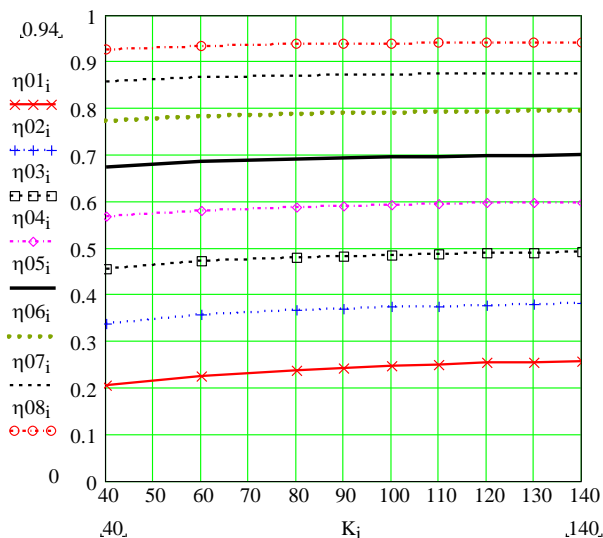


Figura 3. Graficul dependenței $\eta = f(K)$. Încăstrare pe contur

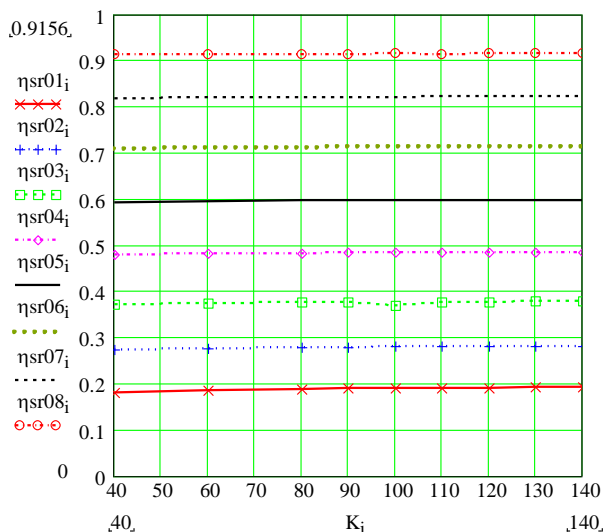


Figura 4. Graficul dependenței $\eta = f(K)$. Simpla rezemare pe contur.

$$\eta_{inc}(\psi) = 0.084 + 1.54\psi - 0.613\psi^2 \quad (6)$$

Pentru simpla rezemare, ($R_{mp}=0.999$):

$$\eta_{sr}(\psi) = 0.126 + 0.417\psi + 1.644\psi^2 - 1.185\psi^3 \quad (7)$$

Rezultatele polinomiale și cele numerice (element finit) sunt prezentate în figura 6 pentru comparație:

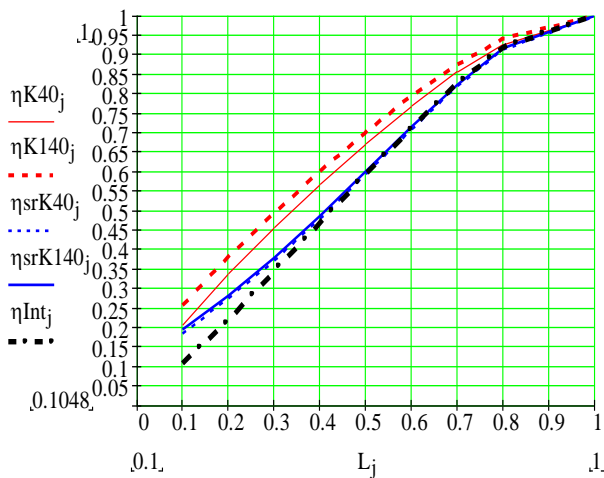


Figura 5. Graficul dependenței $\eta = f(\psi)$. Cazuri limită. Încăstrare și simplă rezemare pe contur. Întindere uni-axială.

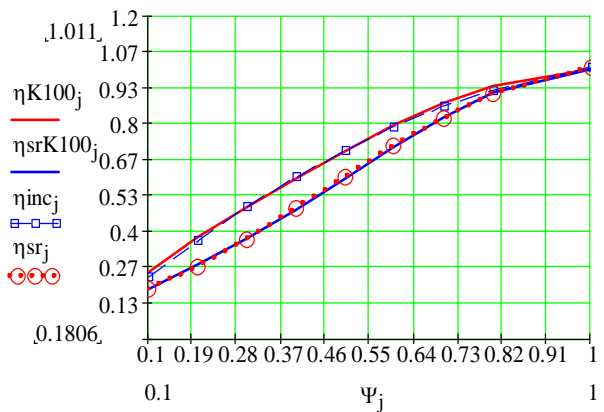


Figura 6. Graficul dependenței $\eta = f(\psi)$. Compararea funcțiilor de aproximare a datelor cu MEF. $\eta K100$ și $\eta sr K100$ - date MEF; η_{inc} și η_{sr} - funcțiile polinomiale de aproximare.

Suplimentar, este cercetat și dependența $\eta = f(\chi)$, care se evaluează numai pentru valoarea $K=100$.

Rezultatele numerice au fost verificate pe baza unui set de experiențe cu plăci perforate cu următorii parametri:

- $\psi = \frac{2}{3}$
- $\chi = 5.2$
- $K = 86,6,100,130$

S-a remarcat o corespondență foarte bună cu rezultatele, apreciate atât pe baza datelor furnizate de metoda elementului finit, cât și cele obținute pe baza relațiilor polinomiale 6 și 7. În plus, se observă

și o corespondență satisfăcătoare cu rezultatele din standardul britanic [2], numai pentru $\chi \approx 5...6$, (pentru dependența $\eta = f(\chi)$ [2] nu prezintă nici o relație sau un studiu experimental).

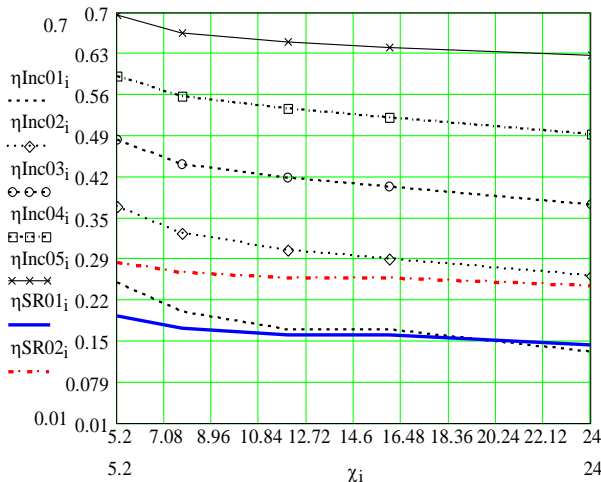


Figura 7. Graficul dependenței $\eta = f(\chi)$. $\eta_{Inc 01} - \eta_{Inc 05}$ -valorile η pentru $\psi = 0.1 - 0.5$ în cazul încăstrării; $\eta_{SR 01}, \eta_{SR 02}$ - valorile η pentru $\psi = 0.1, 0.2$ - pentru simpla rezemare pe contur.

3. CONCLUZII

După cum se observă din graficele prezentate în figurile 3 și 4, parametrul η practic se poate considera constant, adică invariabil odată cu variația parametrului K, însă variază ca mărime funcție de ψ . Totodată, variază și cu modul de rezemare pe contur. Pe baza acestor considerente, se poate aprecia o valoare medie a coeficientului η pe întreg intervalul $K=40...140$, pentru fiecare valoare valoarea ψ dată, reducând setul de date numerice. În plus, după cum arată figura 5, coeficientului de reducere a rigidității η , variază odată cu modul de rezemare. Pentru încăstrare se înregistrează valorile cele mai mari, intermediar situându-se valorile simplei rezemări pe contur, care se apropie mult de cele rezultate din încercările de întindere. Pentru comoditatea calculului, pe baza datelor simulării numerice au fost calculați coeficienții a doua polinoame (pentru fiecare caz de rezemare pe contur) care permit o apreciere rapidă a valorii coeficientului de reducere a rigidității pe întreg intervalul studiat $\psi = (0.1...1.0)$, interval care cuprinde valorile ψ de interes practic.

Studiul dependenței $\eta = f(\chi)$ s-a bazat pe îndeplinirea următoarei condiții:

$$\frac{\eta(\psi)_{\chi} - \eta(\psi)_{\chi=5.2}}{\eta(\psi)_{\chi=5.2}} \cdot 100 \leq 5\% \quad (8)$$

adică, pentru un ψ dat, abaterea valorii η calculat pentru un χ , sa nu aibă o abatere mai mare decât valoarea η apreciat pentru $\chi = 5.2$ (pentru care sunt construite toate graficele din figurile 3-6). Astfel, η se poate considera independent de χ pe următoarele intervale:

- Încăstrare pe contur - $0.5 < \psi \leq 1$;
- Simpla rezemare pe contur - $0.2 < \psi \leq 1$.

Pentru restul intervalelor, corespunzător fiecărui caz de rezemare se poate afirma că $\eta = f(\chi)$, dependența fiind prezentată în figura 7.

Bibliografie

1. **Bejat I.**, *Analiza teoretico-experimentală în calculul de rezistență al subsansamblului fascicul și elemente de tip placă în cazul schimbătoarelor de căldură tubulară cu manta*, Teză de doctorat, Ploiești, IPG, Facultatea UT, 1989.
2. **B.S.** 5500-1985 *Specification for unfired fusion welded pressure vessels*.
3. **Jinescu, V.V.** *Utilaj tehnologic pentru industrii de proces. Vol.III, Editura Tehnică, București, 1988*.
4. **Kays W.M.**, *Compact heat exchangers*, McGraw-Hill Book Company, New-York, 1984
5. **Nastasescu V., Iliescu N., Atanasiu C.** *Aspects considering F.E. modeling of a perforated plate under special conditions of loading and supporting. The 9th International Symposium on experimental Stress Analysis and material Testing, București - Constanta, 30 May – 1 June 2002.*
6. **O'Donnell W.J.**, *Effective elastic constants for the bending of thin perforated plates with triangular and square penetration patterns*, Journal of engineering for industry, Vol 95, 1973, pg 121-128.
7. **Timoshenko, S., Voinovski, S.** *Teoria plăcilor plane și curbe*. Editura Tehnică, București, 1968.
8. **Terna Iu., Păstrăv I.** *Stress and strain analysis in perforated circular plates. The 21st Danubia-Adria symposium on experimental methods in solid mechanics. Brijuni, Croatia, September 29- October 2, 2004.*

Recomandat spre publicare: 23.12.2004