

# ANALIZA METODELOR DE CALCUL ALE CIRCUITELOR ELECTRICE COMPUSE DE CURENT ALTERNATIV ÎN REGIM TRANZITORIU

Vîrlan Denis, Badaneu Ion

Universitatea Tehnică a Moldovei

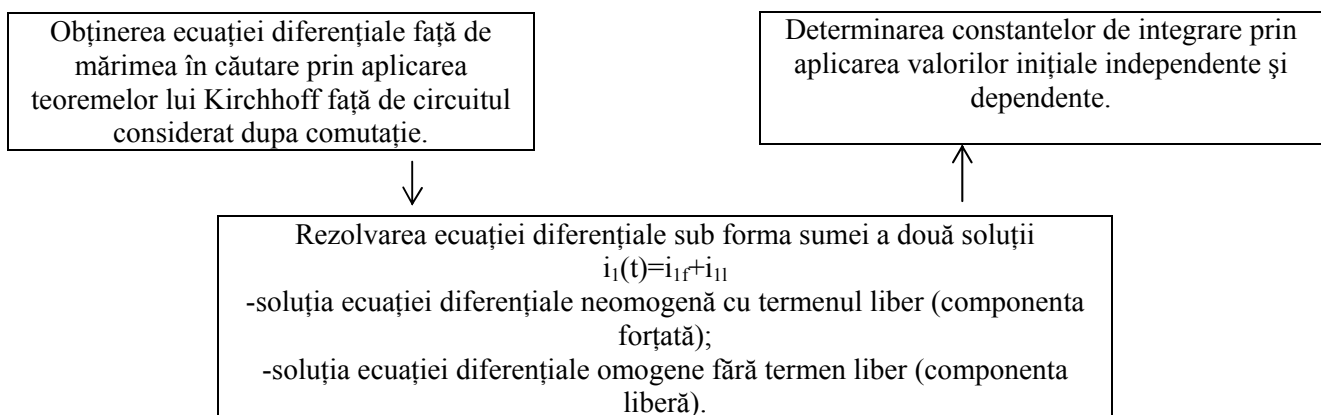
**Abstract:** Ideea de bază în lucrarea de față este analiza metodelor de calcul aplicate la calculul circuitelor electrice compuse de curent alternativ în regim tranzitoriu și anume: metoda clasică, operațională, integralei Duhamel, transformarea Fourier și metoda variabilelor de stare. Analiza efectuată ne permite să apreciem eficiența metodelor aplicate prin luarea în considerație a dificultăților calculelor. Totodată se acordă o atenție deosebită aplicării aparatului matematic ce permite de a efectua calculele necesare.

**Cuvintele cheie:** regim permanent, regim tranzitoriu, proces tranzitoriu, comutație, componenta forțată, componenta liberă.

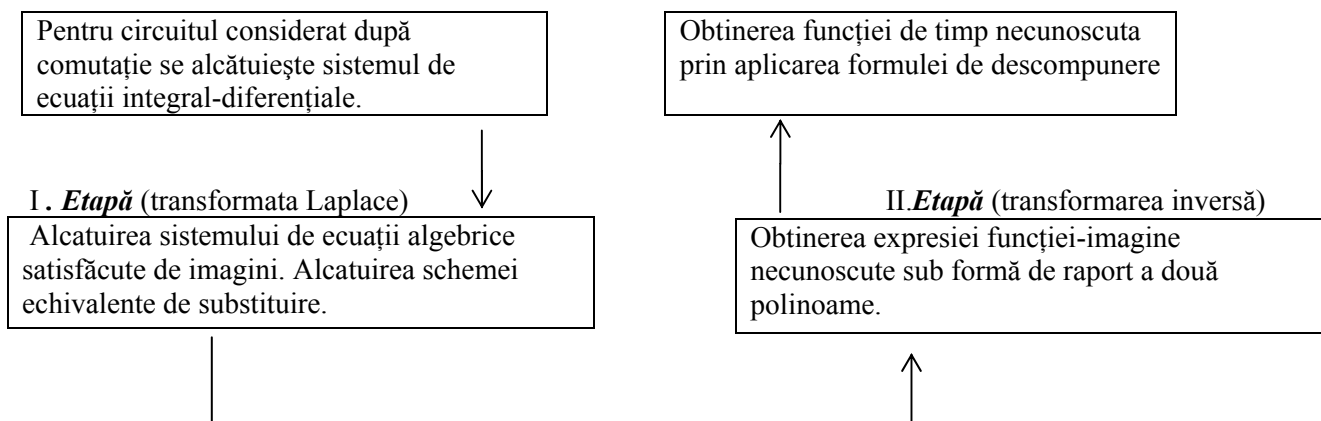
Fenomenele tranzitorii sunt, în general, fenomene ce decurg într-o durată scurtă de timp: ce alcătuiește zecimii, sutimii din secunda. Necătfînd la durată scurtă a proceselor tranzitorii este foarte important de studiat fenomenele tranzitorii deoarece ne permit de a pune în evidență supratensiunile eventuale pe diferite porțiuni ale circuitului ce pot fi periculoase pentru izolația instalației. Studiul fenomenelor tranzitorii permite, de asemenea, de a lua în considerație majorările eventuale ale amplitudinilor curentului în ramure ce pot duce la depășirea de zeci de ori a amplitudinii curentului față de curentul în regim periodic sinusoidal.

La calculul mărimilor circuitelor electrice în regim tranzitoriu se aplică următoarele metode de calcul:

## Metoda clasică



## Metoda operațională



### Metoda integralei Duhamel (Metoda răspunsului tranzitoriu)

$$i(t) = g(t) \cdot u(0) \Big|_0^t + \int_0^t u'(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau, (1)$$

-prezintă dificultate determinarea funcției de răspuns tranzitoriu.

La determinarea  $g(t)$  se aplică circuitul respectiv la care tensiunea aplicată este egală cu un volt ( $U=1, V$ ). Apoi substituind  $g(t)=i(t)$  deoarece ( $i(t) = u \cdot g(t) = 1 \cdot g(t)$ ), se obține expresia  $g(t)$ , apoi se determină expresia  $g(t-\tau)$  substituind  $t=t-\tau$ . Astfel se determină componentele expresiei (1):

1.  $u(0)$  - tensiunea dată la  $t=0$ ,
2.  $u'(\tau)$  - este derivata tensiunii la  $t = \tau$
3.  $g(t)=i(t)$ , unde  $g(t)$ -funcția de răspuns tranzitoriu la excitația cu tensiunea de 1 V
4.  $g(t-\tau)$

Metoda integralei Duhamel poate fi aplicată în cazul cind tensiunea are caracter de impuls.

### Transformarea Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d(\omega), (1)$$

Funcția  $F(j\omega)$  se numește transformata Fourier sau image Fourier, totodată funcția  $F(j\omega)$  corespunde unei reprezentări a  $f(t)$  în domeniul frecvențelor.

Pe baza integralei Fourier (1) funcția  $f(t)$  neperiodică se poate interpreta ca suma a unui șir infinit de funcții armonice elementare reprezentate în complex sub forma  $\frac{1}{2\pi} |F(j\omega)| d(\omega) \cdot e^{j\omega t}$ , avînd frecvența infinit apropiate.

Modulul  $F(j\omega)$  reprezintă cîtul dintre amplitudinea spectrală elementară  $|F(j\omega)|$  și intervalul de frecvență  $\frac{d\omega}{2\pi}$ , cu alte cuvinte densitatea spectrală a amplitudinilor  $\left[ |F(j\omega)| \frac{d(\omega)}{2 \cdot \pi} \right]$  - cîtul.

Transformata Fourier se mai numește - densitatea spectrală complexă, o funcție  $f(t)$  ori funcție spectrală.

### Metoda variabilelor de stare

Metoda variabilelor de stare permite rezolvarea circuitelor electrice pe baza unui sistem de ecuații diferențiale de ordinul întâi. În aceste ecuații, ca variabile intervin variabilele de stare - mărimile ale căror valori inițiale sunt necesare pentru determinarea mărimilor, curenții în bobine și tensiunile la bornele condensatorului.

Aplicarea metodei variabilelor de stare prevede parcurgerea a două etape:

#### I. Etapă

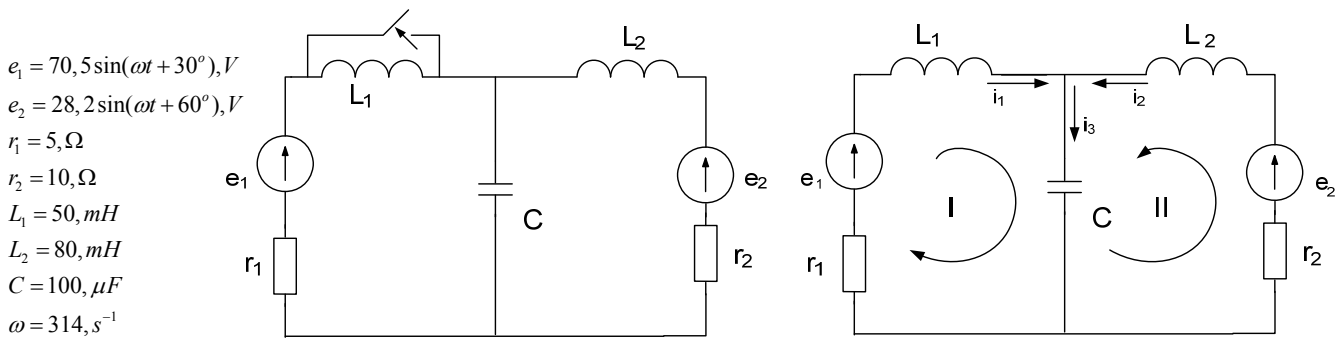
1. Se alcătuieste sistemul de ecuații în conformitate cu teoremele lui Kirchhoff pentru valori momentane considerînd circuitul după comutație.
2. Obținerea sistemului de ecuații diferențiale de ordinul 1 (ecuații de stare) și rezolvarea acestuui sisitem de ecuații

#### II. Etapă

1. Exprimarea în funcții de variabile de stare diferitele mărimi (tensiuni, curenți) din circuit

$$\frac{di_1}{dt} = a_{11} \cdot x, \frac{di_2}{dt} = a_{22} \cdot x, \dots, \frac{di_n}{dt} = a_{nn} \cdot x$$

**Exemplu de calcul: metoda clasică:**



Se cere de determinat legile mărimilor:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ ;  $u_C(t)$ ;

Fig.1 - schema inițială a circuitului electric, Fig.2 - schema circuitului electric cu indicarea sensului curenților

$$\begin{cases} i_1 - i_3 + i_2 = 0, (1) \\ i_1 \cdot r_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i_3 dt = e_1, & i_3 = C \frac{du_c}{dt} \\ i_2 \cdot r_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i_3 dt = e_2 \end{cases}$$

$$i_1(t) = 0,442 \sin(\omega t + 104^\circ), A \quad i_2(t) = 1,785 \sin(\omega t + 128^\circ), A \quad i_3(t) = 2,195 \sin(\omega t + 117^\circ), A$$

Expresia funcțiilor în căutare în formă generală:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_{1f} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + B_1 \cdot e^{p_2 t} \sin(\omega t + \gamma_1) \\ i_2(t) &= i_{2f} + A_2 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t} \sin(\omega t + \gamma_2) \\ i_3(t) &= i_{3f} + A_3 \cdot e^{p_1 t} + B_3 \cdot e^{p_2 t} \sin(\omega t + \gamma_3) \end{aligned}$$

Determinarea constantelor de integrare prezintă o dificultate, de aceea metoda clasică în cazul dat nu poate fi eficientă

Calculul componentelor forțate ( $i_{1f}, i_{2f}, i_{3f}$ ) considerînd circuitul după comutație

$$i_{1f} = 0,407 \sin(\omega t + 91^\circ), A \quad i_{2f} = 2,002 \sin(\omega t + 121^\circ), A \quad i_{3f} = 2,364 \sin(\omega t + 116^\circ), A$$

**Exemplu de calcul: metoda operațională:**

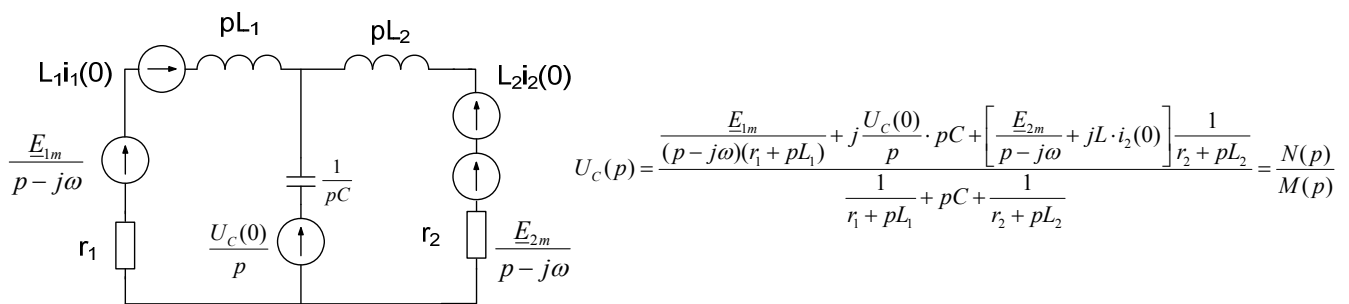


Fig.4-schema operatorică a circuitului

Obținem expresiile mărimilor în căutare:

$$\begin{cases} i_1(t) = 0,407 \sin(\omega t + 91^\circ) + 0,128 e^{-115,437t} + 0,372 e^{-54,781t} \sin(567,319t - 18^\circ), A \\ i_2(t) = 2,002 \sin(\omega t + 121^\circ) + 0,083 e^{-115,437t} + 0,66 e^{-54,781t} \sin(567,319t - 28^\circ), A \\ i_3(t) = 2,364 \sin(\omega t + 116^\circ) + 0,85 e^{-115,437t} + 1,026 e^{-54,781t} \sin(567,319t - 84^\circ), A \\ u_c(t) = 75,293 \sin(\omega t + 26^\circ) + 28,9 e^{-115,437t} + 30,078 e^{-54,781t} \sin(567,319t - 75^\circ), V \end{cases}$$

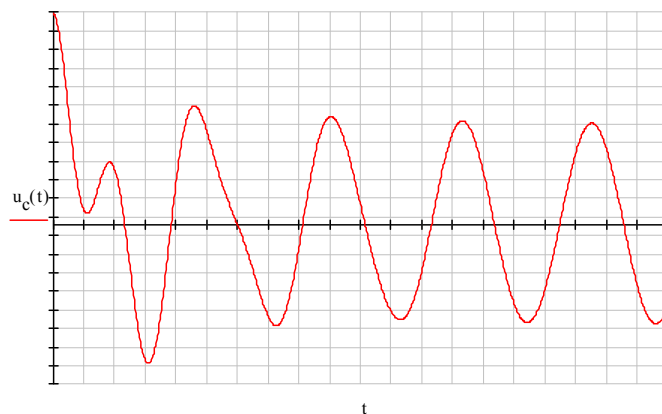


Fig. 5. Graficul funcției  $u_c(t)$

### Concluzii

Analizînd metodele de calcul ale mărimilor circuitului electric liniar în regim tranzitoriu s-a constatat:

- În circuitele electrice cu unu sau cu două elemente reactive poate fi aplicată *metoda clasică* sau *metoda operațională*.
- Odată cu creșterea numărului de elemente reactive, adică cu creșterea ordinului ecuației caracteristice, aplicarea *metodei clasice* duce la creșterea dificultății de calcul a constantelor de integrare.
- Pentru circuitele electrice la care ecuația caracteristică este de ordin superior ordinului „4” este necesar de aplicat *metoda operațională* sau *metoda integralei Fourier*.
- În cazul cînd în circuit acționează mai multe surse cu caracter diferit (caracter cu diferite frecvențe) este necesar de aplicat metoda superpoziției. *Componenta forțată* a mărimii se determină prin aplicarea metodei respective în regim permanent. *Componenta liberă* se determină prin aplicarea *metodei operaționale* pentru circuitul echivalent operatoric ce conține numai surse lăuntrice determinate de valorile inițiale.
- *Metoda integralei Fourier* este necesar de aplicat pentru calculul circuitelor în regim tranzitoriu, în cazul dacă la studierea altor procese s-a aplicat *metoda spectrală* la care operatorul analitic este *transformata Fourier*. *Metoda integralei Fourier* este aplicată pentru sistemele liniare ale reglării automate, de asemenea *metoda integralei Fourier* poate fi aplicată la calculul proceselor tranzitorii prin aplicarea caracteristicii spectrale, adică cînd spectrul amplitudinal (sau a fazei) a impedanței de la intrare (conductanței) sunt obținute experimental.
- *Metoda operațională* și *metoda integralei Fourier* sunt aplicate în teoria reglării automate. De asemenea la calculul proceselor tranzitorii în mașinile electrice și în circuitele cu parametri distribuiți.
- *Metoda integralei Duhamel* poate fi aplicată-n cazul cînd tensiunea aplicată la circuit are caracter de impuls.
- *Metoda variabilelor de stare* prezintă unele avantaje mai ales în cazul circuitelor cu structură relativ complexă. În afară de faptul că se ține seamă de condițiile inițiale (curentul în bobină, tensiunea la bornele condensatorului), metoda admite utilizarea calculatorului. Avînd în vedere că sistemul de ecuații diferențiale de ordinul 1 reprezintă o formă adecvată pentru calculele numerice. Metoda se poate aplica și la calculul circuitelor electrice neliniare.

### Bibliografie:

1. G. V. Zevechen „Основы теории цепи”, Moskova, 1985.
2. C. Șora „Bazele electrotehnicii”, București, 1980.
3. Simion „Electrotehnica teoretică”, București, 1978
4. A. Potîng „Procesele tranzitorii în circuite electrice liniare. Circuite cu parametri distribuiți” (ciclu de prelegeri) U.T.M. 2002.